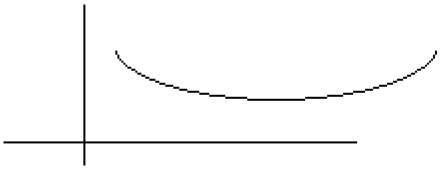
Conceptos previos

¡Bienvenido al maravilloso mundo de las aplicaciones de la primera derivada!.

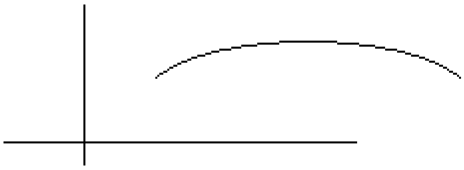
Introducción: El estudio de las derivadas se interesa no solo por los cambios que se efectúan en las cosas, si no por lo mas o menos rápidamente que las cosas cambian.

Mucho le debemos a Newton, Leibnitz, Cauchy sobre este tema.

CONCEPTOS: Una función es cóncava si su grafico se curva hacia arriba, mientras que si lo hace hacia abajo diremos que es convexa...

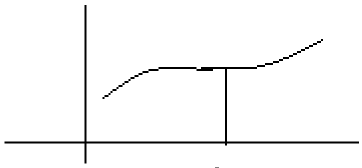


còncava



convexa.

PUNTOS DE INFLEXION. Puntos donde la curva pasa de ser convexa a



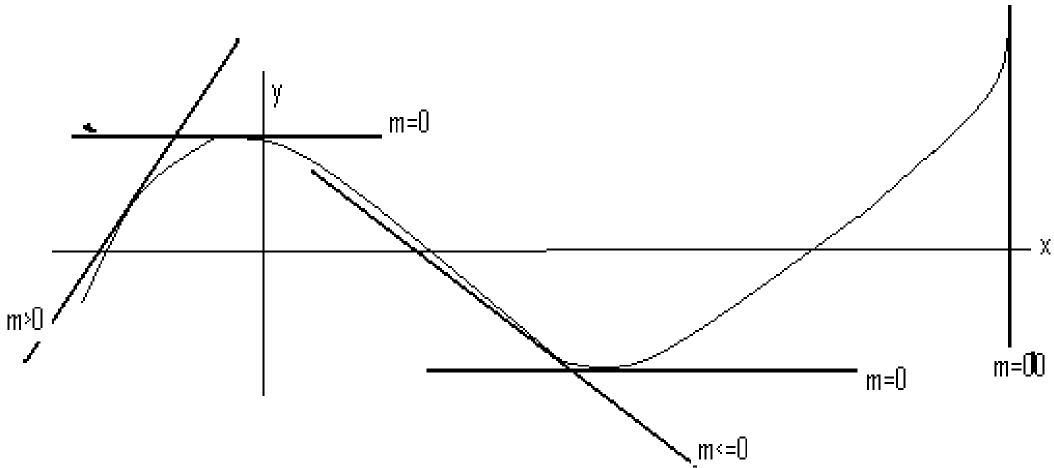
a:punto de inflexion.

cóncava y viceversa-versa.

DE LAS FUNCIONES DERIVABLES.

Se estudiara aquí el comportamiento de una función real en las proximidades de un punto.

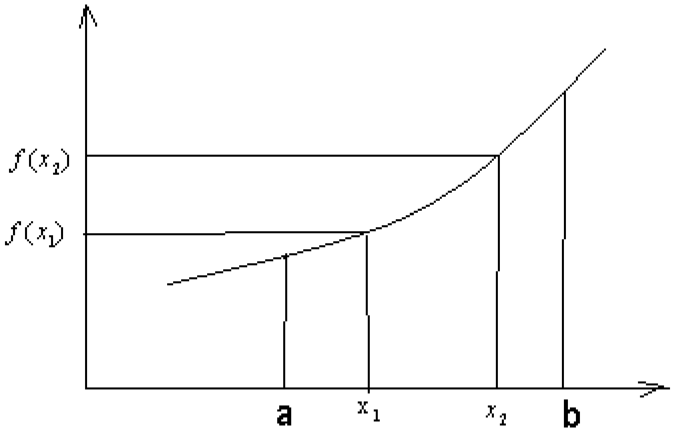
LA DERIVADA DE UNA FUNCION EVALUADA ENUN PUNTO, REPRESENTA GEOMETRICAMENTE LA TANGENTE A LA RECTA EN DICHO PUNTO.



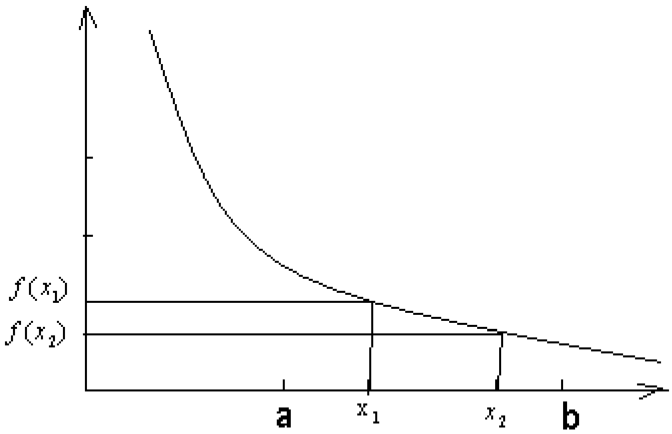
Función creciente y decreciente.

Una función f(x) de denomina creciente en un intervalo $]a.b[$ si
$\forall x_1, x_2 \in \,]a,b[\, \subset Domf$ .Se cumple: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Si una pre-imagen x_1 es menor que otra pre-imagen x_2 , entonces sus respectivas imágenes $f(x_1)$ y $f(x_2)$ también lo son en el mismo orden.
Gráficamente:



Una función se denomina decreciente en el intervalo $\forall x_1, x_2 \in \,]a,b[\, \subset Domf$ .Si se cumple: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

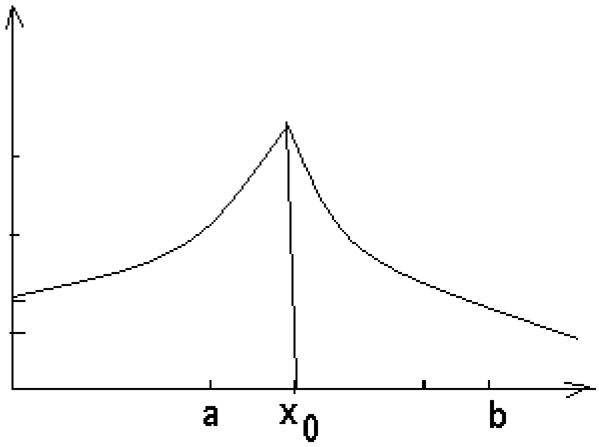


Observaciones:

1.- Una función f(x) puede presentar intervalos en los que es creciente y otros en los que es decreciente.

2.- Una función f(x) es creciente en un punto de abscisa x_0 si x_0 pertenece a un intervalo en que f(x) es creciente.

3.- En el grafico siguiente, la curva no es creciente y tampoco decreciente en el intervalo $\forall x_1, x_2 \in \,]a,b[\, \subset Domf$ **y la pendiente en x_0 no se puede determinar.**

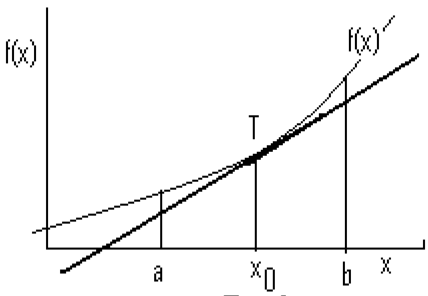


Relación entre la derivada de una f(x) en un intervalo y el carácter de función creciente o decreciente.

Dada f: $]a,b[\;\to \Re$, continua en $]a,b[$, en consecuencia derivable en $]a,b[$.Como la derivada f(x) evaluada en un punto $x_0 \in]a,b[$, representa el valor de la pendiente de la tangente en ese punto x_0 , se puede establecer que:

1.- si f'(x_0)>0 ; $\forall x_0 \in]a,b[$, entonces f(x) es creciente en ese intervalo.

Gráficamente:



Nota: Si f' $\forall x_0 \in]a,b[$, entonces f(x) es decreciente en ese intervalo.

En aquellos puntos del DOM. De una función en los cuales la derivada es cero o no existe, se dice que la función tiene puntos críticos y en ellos es posible que la función tome valores **MAXIMOS O MINIMOS.**

DEF: Dada f: $]a,b[\;\to \Re$, continua en $]a,b[$, en consecuencia derivable en $]a,b[$.Si $\forall x_0 \in]a,b[$, y f(x_0)=0 , entonces la función tiene un valor máximo o mínimo en x_0.

Para determinar los intervalos de crecimiento de una funcion, se hallan los valores donde f'(x) se anula o no esta definida y, una vez ordenados, se estudia el signo de f'(x), y por tanto los intervalos de crecimiento de la funcion(x).

f(x) = $x^2 x - 1$

Para aproximar de manera mas adecuada la grafica de una funcion , es conveniente tener en cuenta otros aspectos como:

Simetría de f(x) con respecto al eje OY, si f(x) = f(-x) es par, la curva es simétrica con respecto. al eje OY o al origen
Intersección con respecto al eje y: se hace f(0) .
Interseccion. eje y , se hace f(x) =0 , lo que permite calcular las raíces de la ecuación asociada a la función.
Puntos críticos f'(x) =0
Para determinar si es un máximo o un mínimo relativo. se estudia lo que pasa antes y después del punto critico.

Problemas de aplicación:

1.-Hallar los puntos críticos y estimar si se trata de un mínimo local o un maximo local

1.1.-f(x)= $2x^3 - 3x^2 - 12x$ 1.2.-f(x) = $3x^4 - 4x^3$

1.3.- f(x)=$x^3 - 3x^2 + 3x$ 1.4.- f(x)= x^3

1.5.- f(x)= (x-1) 1.6.- f(x) = $3x^4 + x^3$
1.7.- f(x) = xsenx+cosx

2.-Elaborar la grafica de las funciones dadas y, determinar sus intersecciones, asìntotas, puntos críticos y valores extremos locales y globales.

2.1.-f(x) = $x^3 - 3x^2 + 3x$ 2.2.-f(x) = $x^4 - 4x + 3$ 2.3.-f(x) = $x^2 - 6x + 5$

2.4.- f(x) = $x^4 + 2x^3 - 3x^2$ 2.5.- f(x) = $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 2.6.-f(x) = $x^5 + 5x$

2.7.- f(x) = $2x^2 + 3x + 5$ 2.8.- f(x) = $2x^3 + 3x^2 - 6x$ 2.9.- (x) = $\frac{3x+1}{3x-1}$

2.10.- f(x) = $\frac{x}{x+1}$ 2.11.-f(x) = $\frac{x}{x^2+1}$